ANIQ INTEGRALNING MUHANDISLIK VA TEXNIK MASALALARDAGI AMALIY TATBIQLARI

Asadbek Sultanov,

Saydivaliyev Shaxzoda

"TIQXMMI" MTU Mehnat muhofazasi va

texnika xavfsizligi yo'nalishi 105-guruh 1-kurs talabasi.

muha.erm2007@gmail.com +998 99 138 92 08

Ilmiy rahbar: **Tog'aynazarov Sirojiddin Olimovich** assistent

Ilmiy rahbar: **Yo'ldoshev Nurilla Nig'matovich**

Fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent

https://doi.org/10.5281/zenodo.20433798

Annotatsiya: Ushbu maqolada aniq integral tushunchasining geometrik mazmuni hamda uning muhandislik va texnik masalalardagi amaliy qo'llanilishi tahlil qilindi. Egri chiziq ostidagi yuzalarni aniqlash, jismlarning hajmini hisoblash va fizik jarayonlarni modellashtirishda aniq integralning o'rni yoritildi. Shuningdek, Nyuton–Leybnits formulasi asosida integral hisoblash usullari ko'rib chiqildi va ularning amaliy ahamiyati misollar orqali asoslab berildi. Natijalar aniq integralning murakkab muhandislik masalalarini soddalashtirishda muhim vosita ekanligini ko'rsatadi.

Kalit so'zlar: aniq integral, matematik analiz, Nyuton–Leybnits formulasi, geometrik ma'no, egri chiziq ostidagi yuza, hajmni hisoblash, matematik modellashtirish, muhandislik hisoblashlari, fizik jarayonlar, texnik masalalar.

ПРИКЛАДНЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ ОПРЕДЕЛЁННОГО ИНТЕГРАЛА В ИНЖЕНЕРНЫХ И ТЕХНИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ

Асадбек Султанов, Сайдивалиева Шахзода

Студент 1 курса 1 группы 105 направления охраны

труда и техники безопасности МТУ" ТИКХММИ".

muha.erm2007@gmail.com_+998-99-138-92-08

Научный руководитель: **Тогайназаров Сирожиддин Олимович,** ассистент.

Научный руководитель: **Йулдошев Нурилла Нигматович,**

кандидат физико-математических наук, доцент.

https://doi.org/10.5281/zenodo.20433798

АННОТАЦИЯ: В данной статье анализируется геометрический смысл понятия определённого интеграла и его практическое применение в инженерных и технических задачах. Рассматриваются методы вычисления площадей под кривыми, нахождения объёмов тел и

моделирования физических процессов с использованием определённого интеграла. Также изучаются методы интегрирования на основе формулы Ньютона–Лейбница и их практическое значение, подтверждённое примерами. Полученные результаты показывают, что определённый интеграл является важным инструментом для упрощения сложных инженерных задач.

Ключевые слова: определённый интеграл, математический анализ, формула Ньютона–Лейбница, геометрический смысл, площадь под кривой, вычисление объёма, математическое моделирование, инженерные расчёты, физические процессы, технические задачи.

PRACTICAL APPLICATIONS OF THE DEFINITE INTEGRAL IN ENGINEERING AND TECHNICAL PROBLEMS

Asadbek Sultanov, Saydivaliyeva Shaxzoda

MTU" TIQXMMI " is a 1st year student of

Group 105 of the direction of labor protection and Technical Safety.

Muha.erm2007@gmail.com +998-99-138-92-08

Scientific Supervisor: **Togaynazarov Sirojiddin Olimovich,** Assistant.

Scientific Supervisor: **Yuldoshev Nurilla Nigmatovich,**

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor.

https://doi.org/10.5281/zenodo.20433798

ABSTRACT: This article analyzes the geometric meaning of the concept of the definite integral and its practical applications in engineering and technical problems. Methods for calculating areas under curves, determining volumes of bodies, and modeling physical processes using the definite integral are discussed. Integration techniques based on the Newton–Leibniz formula and their practical significance are also considered and supported by examples. The results show that the definite integral is an important tool for simplifying complex engineering problems.

Keywords: definite integral, mathematical analysis, Newton–Leibniz formula, geometric meaning, area under curve, volume calculation, mathematical modeling, engineering calculations, physical processes, technical problems.

Kirish. Hozirgi kunda matematika fanining muhim bo‘limlaridan biri hisoblangan integral hisob texnika, muhandislik, fizika va iqtisodiyot sohalarida keng qo‘llanilmoqda. [1] Ayniqsa, aniq integral murakkab matematik va amaliy masalalarni yechishda samarali vosita hisoblanadi. [2] Aniq integral yordamida egri chiziq ostidagi yuzalarni, jismlarning hajmini, harakat davomida bosib o‘tilgan masofani hamda turli fizik jarayonlarni hisoblash mumkin. [3]

Muhandislik va texnik hisoblashlarda aniq integralning ahamiyati juda katta bo‘lib, u matematik modellashtirish jarayonlarining asosiy elementlaridan biri sanaladi. Zamonaviy texnologiyalar rivojlanishi bilan integral hisob usullaridan foydalanish yanada kengaymoqda. Shu sababli aniq integralning nazariy asoslarini va amaliy tatbiqlarini o‘rganish dolzarb masalalardan biri hisoblanadi.

Mazkur maqolada aniq integralning geometrik mazmuni, uning muhandislik va texnik masalalardagi qo‘llanilishi hamda ayrim amaliy misollar asosida hisoblash usullari tahlil qilinadi.

Tadqiqot uslubi:

Tadqiqot davomida aniq integralning geometrik ma’nosi va amaliy qo‘llanilishi bir nechta misollar yordamida tahlil qilindi. Integral yordamida egri chiziq ostidagi yuzalarni hisoblash, fizik kattaliklarni aniqlash hamda matematik modellashtirish masalalari o‘rganildi.

Misol:

$y=x^3-2x^2+x$ funksiya berilgan. Ushbu funksiyaning grafigi bilan OX o‘qi orasidagi yuza $x=0$ dan $x=2$ gacha bo‘lgan oraliqda topilsin.

Berilgani: $S=\int_0^2 (x^3-2x^2+x)dx$

Integral chiziqli bo‘lgani uchun har bir hadini alohida integrallaymiz:

$$\int (x^3-2x^2+x)dx = \int x^3dx - 2\int x^2dx + \int xdx$$

Har bir integralni topamiz:

Asosiy formula: $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$

Shunga ko‘ra: $\int x^3dx = \frac{x^4}{4}$, $2\int x^2dx = -2\cdot \frac{x^3}{3} = -\frac{2x^3}{3}$, $\int xdx = \frac{x^2}{2}$

Umumiy integral: $F(x)=\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+C$

Chegaralarda hisoblaymiz:

Yuqori chegara: $F(2)=\frac{16}{4}-\frac{16}{3}+\frac{4}{2}$

Pastgi chegara: $F(0)=\frac{0^4}{4}-\frac{2\cdot 0^3}{3}+\frac{0^2}{2}$

Ayiramiz:

$$F(2)-F(0)=\left(\frac{16}{4}-\frac{16}{3}+\frac{4}{2}\right)-\left(\frac{0^4}{4}-\frac{2\cdot 0^3}{3}+\frac{0^2}{2}\right)$$

$$S=\left((4+2)-\frac{16}{3}\right)-(0)$$

Umumy maxrajga keltiramiz:

$$S=\frac{18}{3}-\frac{16}{3}=\frac{2}{3}$$

Javob: $S=\frac{2}{3}$

qiymat hosil bo‘ldi. Ushbu misol integral yordamida geometrik figuralar yuzasini tez va aniq topish mumkinligini ko‘rsatdi.

Bundan tashqari tadqiqotda integralning fizik ma’nosi ham ko‘rib chiqildi.

Misol.

Jismning tezligi $v(t)=t^2+2t$ formula bilan berilgan. Jismning $t=0$ dan $t=4$ sekundgacha bo‘lgan vaqt oralig‘ida bosib o‘tgan yo‘li aniqlandi.

Berilgan: Tezlik $v(t)=t^2+2t$

Topish kerak: $S=\int_0^4 (t^2dt+2)tdt$

Integralni ajratamiz: $S=\int_0^4 (t^2+2t)dt=\int_0^4 t^2dt+2\int_0^4 tdt$

Formuladan foydalanamiz: $\int t^2td=\frac{t^3}{3}$, $2\int tdt=2\cdot\frac{t^2}{2}=t^2$

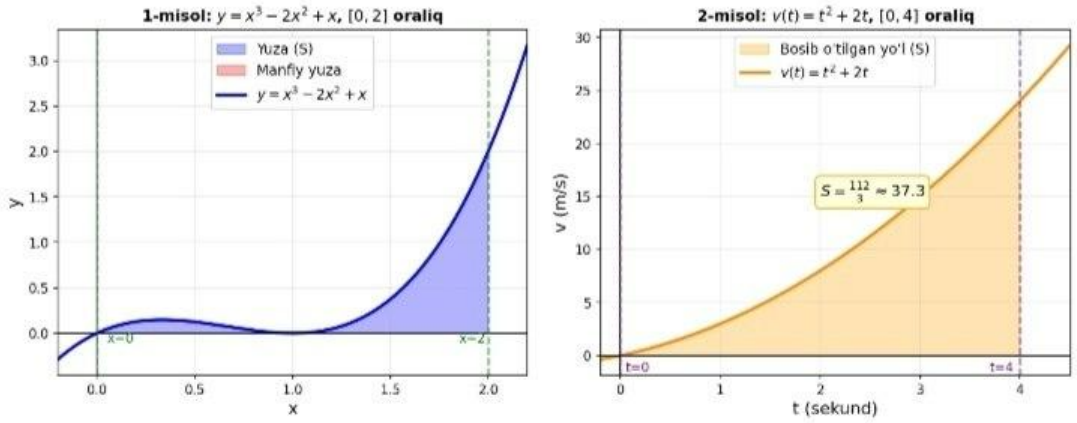
Umumiy: $F(t)=\frac{t^3}{3}+t^2+C$

Chegaralarni hisoblaymiz: $t=4$: $F(4)=\frac{4^3}{3}+4^2=\frac{112}{3}$

$t=0$: $F(0)=\frac{0^3}{3}+0^2=0$

Yakuniy javob: $S=F(4)-F(0)=\frac{112}{3}$

natija olindi. Bu integralning mexanika va fizika masalalarida ham katta ahamiyatga ega ekanligini ko‘rsatadi.



1-rasm. Aniq integralning geometrik va fizik talqini: egri chiziq ostidagi yuza va bosib o' tilgan yo'l.

Muhandislikda suv saqlash rezervuarining hajmini aniqlash muhim masalalardan biri hisoblanadi. Radiusi r=x bo‘lgan egri chiziq $y=x^2$ funksiyasi asosida hosil bo‘lgan jismning x=0 dan x=3 gacha OX o‘qi atrofida aylanishidan hosil bo‘lgan hajm topilsin.

Berilgan: $y=x^2$

$$0\leq x\geq 3$$

Formulasi: $V=\pi\int_a^b y^2dx$

Formulaga qo‘yamiz: $V=\pi\int_0^3 (x^2)^2dx$

$V=\pi\left[\frac{x^5}{5}\right]_0^3$

Chegaralarni hisoblaymiz: $V=\pi\left(\frac{3^5}{5}-0\right)$

Natija: $V=\pi\cdot\ \frac{243}{5}=\frac{243\pi}{5}\approx 152,68$

Javob: $V\approx 152,68$

Demak, hosil bo‘lgan aylanish jismning hajmi taxminan $V\approx 152,68$ kub birlikka teng bo‘ladi.

Ushbu misol aniq integral yordamida muhandislikdagi hajm hisoblash masalalarini samarali yechish mumkinligini ko‘rsatadi. Bunday hisoblashlar gidrotexnika inshootlari, rezervuarlar va turli sanoat qurilmalarini loyihalashda keng qo‘llaniladi.

Natijalar:

Tadqiqot davomida aniq integralning geometrik va fizik masalalarni yechishdagi amaliy ahamiyati o‘rganildi. Hisoblashlar natijasida egri chiziq ostidagi yuzalarni aniq topish mumkinligi ko‘rsatildi. Integral yordamida murakkab geometrik shakllarni sodda matematik ifodalar orqali hisoblash amalga oshirildi.

Shuningdek, tezlik funksiyasi orqali jismning bosib o‘tgan yo‘lini aniqlashda aniq integral samarali usul ekanligi aniqlandi. Olingan natijalar integralning mexanika va fizik jarayonlarni modellashtirishda muhim o‘rin tutishini tasdiqladi.

Aylanish jismlarining hajmini hisoblashga oid misolda integral yordamida rezervuar shaklidagi jismlarning hajmini aniqlash mumkinligi ko‘rsatildi. Tadqiqot natijalari aniq integral muhandislik va texnik hisoblashlarda keng qo‘llanilishini tasdiqladi.

Muhokama:

Olib borilgan tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatadiki, aniq integral nafaqat nazariy matematikaning muhim bo‘limi, balki muhandislik va texnik sohalarda ham keng qo‘llaniladigan amaliy vosita hisoblanadi. Egri chiziq ostidagi yuzani hisoblash masalasi integralning geometrik mazmunini yaqqol

ifodalab beradi.

Birinchi misolda funksiyaning grafigi ostidagi yuza aniq integral yordamida hisoblanib, murakkab geometrik sohani oddiy algebraik hisoblashga keltirish mumkinligi ko‘rsatildi. [5] Bu esa qurilish, arxitektura va yer o‘lchash kabi sohalarda muhim ahamiyatga ega.

Ikkinchi misolda esa aniq integral mexanik harakatni tahlil qilishda qo‘llanildi. Jismning tezlik funksiyasi orqali bosib o‘tilgan yo‘lni topish fizik jarayonlarni matematik modellashtirishning asosiy usullaridan biri ekanligini tasdiqladi. Bu yondashuv transport tizimlari, mexanik qurilmalar va avtomatlashtirilgan boshqaruv tizimlarida keng qo‘llaniladi.

Shuningdek, tadqiqot davomida aniq integralning murakkab jarayonlarni soddalashtirishdagi roli ham aniqlandi. Nyuton–Leybnits formulasi hisoblashlarni tez va aniq bajarish imkonini beradi, bu esa muhandislik hisob-kitoblarida katta qulaylik yaratadi.

Xulosa:

Mazkur tadqiqot ishida aniq integralning nazariy asoslari, geometrik mazmuni hamda uning muhandislik va texnik sohalardagi amaliy tatbiqlari keng tahlil qilindi. Tadqiqot davomida integral hisobning matematik analiz fanidagi o‘rni, uning murakkab geometrik va fizik jarayonlarni ifodalashdagi ahamiyati ilmiy jihatdan yoritib berildi.

Aniq integral yordamida egri chiziq ostidagi yuzalarni hisoblash, jismlarning hajmini aniqlash, fizik harakat jarayonlarini tahlil qilish va turli texnik masalalarni matematik modellashtirish mumkinligi amaliy misollar orqali asoslandi. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatdiki, integral hisob nafaqat nazariy matematik tushuncha, balki amaliy muammolarni samarali hal qilishga xizmat qiluvchi universal matematik vosita hisoblanadi.

Maqolada keltirilgan misollar orqali aniq integralning geometrik va fizik mazmuni batafsil ochib berildi. Xususan, funksiya grafigi ostidagi yuzani topish misolida integral yordamida murakkab geometrik shakllarni sodda algebraik hisoblashlarga keltirish mumkinligi ko‘rsatildi. Bu esa qurilish, arxitektura, yer tuzish va geodeziya kabi sohalarda katta amaliy ahamiyatga ega ekanligi bilan izohlanadi.

Shuningdek, jism harakati bilan bog‘liq masalalarda tezlik funksiyasi orqali bosib o‘tilgan yo‘lni aniqlash integralning mexanika va fizika fanlaridagi muhim o‘rnini namoyon etdi. Bunday hisoblash usullari transport tizimlari, texnologik qurilmalar, avtomatlashtirilgan boshqaruv tizimlari hamda sanoat jarayonlarini modellashtirishda keng qo‘llaniladi.

Tadqiqot davomida Nyuton–Leybnits formulasining integral hisoblashdagi samaradorligi ham alohida ta’kidlandi.[4] Mazkur formula murakkab integrallarni qisqa vaqt ichida aniq hisoblash imkonini beradi hamda muhandislik hisob-kitoblarida yuqori aniqlikka erishishga yordam beradi. Natijada vaqt tejaladi, hisoblashdagi xatoliklar kamayadi va murakkab texnik jarayonlarni tahlil qilish osonlashadi.

Bundan tashqari, integral hisobning zamonaviy ilm-fan va texnologiyalar rivojlanishidagi ahamiyati ham ortib borayotgani aniqlandi. Hozirgi kunda energetika, qurilish, aerokosmik texnologiyalar, sun’iy intellekt, iqtisodiy modellashtirish va axborot texnologiyalari kabi ko‘plab sohalarda integral usullaridan keng foydalanilmoqda. Bu esa aniq integralning kelajakdagi ilmiy tadqiqotlar va innovatsion ishlanmalardagi o‘rni yanada muhim bo‘lishini ko‘rsatadi.

Umuman olganda, aniq integral matematik analizning eng muhim bo‘limlaridan biri bo‘lib, u nazariy bilimlarni chuqurlashtirish bilan bir qatorda amaliy muhandislik va texnik masalalarni samarali yechishda ham asosiy vositalardan biri hisoblanadi. Shu sababli integral hisobni chuqur o‘rganish va uni turli amaliy yo‘nalishlarda qo‘llash zamonaviy mutaxassislar tayyorlashda muhim ahamiyat kasb etadi.

Qo‘llanilgan adabiyotlar:

1. S.M. Tursunov, A.N. Qodirov. Oliy matematika. – Toshkent: O‘zbekiston, 2019.
2. N.M. Eshonqulov. Matematika analiz asoslari. – Toshkent: Fan va texnologiya, 2017.
3. L.D. Kudryavtsev. Matematik analiz kursi. – Moskva: Nauka.
4. O‘zbekiston Respublikasi Oliy ta’lim muassasalari uchun Oliy matematika o‘quv qo‘llanmalari.
5. Ma’ruza materiallari: “Oliy matematika va integral hisob asoslari”. TIQXMMI MTU.